

引用格式: 王毅, 李曜均, 陈寰, 等. 基于 OAM 光束的旋转多普勒效应运动参数测量[J]. 飞控与探测, 2025, 8(2): 64-71.

Citation: WANG Y, LI Y J, CHEN H, et al. Measurement of rotational Doppler effect motion parameters based on OAM beams [J]. Flight Control & Detection, 2025, 8(2): 64-71.

基于 OAM 光束的旋转多普勒效应运动参数测量*

王毅^{1,2}, 李曜均^{3,4}, 陈寰^{3,4}, 李银海⁵, 李大创^{1,2,5}

1. 安徽大学 电子信息工程学院 · 合肥 · 230601;
2. 合肥师范学院 物理与材料工程学院 · 合肥 · 230601;
3. 上海航天控制技术研究所 · 上海 · 201109;
4. 中国航天科技集团有限公司 红外探测技术研发中心 · 上海 · 201109;
5. 中国科学技术大学 中国科学院量子信息重点实验室 · 合肥 · 230026)

摘要: 首先阐述了与轨道角动量 (Orbital Angular Momentum, OAM) 相关的旋转多普勒效应 (Rotational Doppler Effect, RDE) 技术的最新研究进展, 实验选用了具有拓扑荷数 $l = \pm 2, \pm 4, \pm 6$ 的 OAM 光束, 以 1.23% 的低误差率精确测量了旋转物体的速度和频率。实验结果与理论预测的一致性, 验证了 RDE 技术的精确性和可靠性。针对大气湍流对 OAM 光束传播的影响, 推导出了接收光子与发射光子 OAM 量子数差异的概率模型, 并构建了模拟大气湍流影响的实验光路。实验数据验证了理论模型的准确性, 表明了 OAM 光束在大气传输中量子数差异的概率分布与理论预测一致。

关键词: 旋转多普勒效应; 轨道角动量光束; 传感与探测; 大气湍流

中图分类号: TN247

文献标志码: A

文章编号: 2096-5974(2025)02-0064-8

DOI: 10.20249/j.cnki.2096-5974.2025.02.008

Measurement of Rotational Doppler Effect Motion Parameters Based on OAM Beams

WANG Yi^{1,2}, LI Yaojun^{3,4}, CHEN Huan^{3,4}, LI Yin Hai⁵, LI Dachuang^{1,2,5}

1. School of Electronic Information Engineering, Anhui University, Hefei 230601;
2. School of Physics and Materials Engineering, Hefei Normal University, Hefei 230601;
3. Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 201109;
4. Infrared Detection Technology Research & Development Center of CASC, Shanghai 201109;
5. University of Science and Technology of China, Key Laboratory of Quantum Information, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230026)

Abstract: The article elaborates on the latest research progress related to the rotational Doppler effect (RDE) technology associated with orbital angular momentum (OAM). The experiments

* 基金项目: 中国航天科技集团有限公司第八研究院产学研合作基金 (SAST2022-075); 安徽省重点研究与开发计划项目 (2022b13020002); 安徽省高校自然科学研究重大项目 (2022AH040289)

作者简介: 王毅, 男, 硕士生。

通信作者简介: 李大创, 男, 博士, 教授。

employed OAM beams characterized by topological charges $l = \pm 2, \pm 4, \pm 6$, achieving high-precision measurements of rotational velocity and frequency with an error margin of merely 1.23%. The congruence between our experimental findings and theoretical forecasts attests to the accuracy and dependability of the RDE methodology. To address the perturbations induced by atmospheric turbulence on OAM beam propagation, we formulated a probabilistic model delineating the discrepancy in the orbital angular momentum quantum numbers between received and emitted photons. Subsequently, the article engineered an experimental optical setup incorporating a random phase plate to emulate the perturbations of atmospheric turbulence. The experimental data corroborate the accuracy of the theoretical model, indicating that the probability distribution of quantum number differences for orbital angular momentum (OAM) beams in atmospheric transmission is in accordance with theoretical predictions.

Keywords: rotational Doppler effect; orbital angular momentum beams; sensing and detection; atmospheric turbulence

0 引言

轨道角动量 (Orbital Angular Momentum, OAM) 是光束沿传播轴方向上每个光子携带的角动量, 这一概念自 1992 年由 Allen 等科学家首次提出以来, 便在光学领域引起了研究热潮^[1]。随后, 光学涡旋 (Optical Vortex, OV) 的特性也被广泛研究, 这些光束具有螺旋波前和环状的强度分布, 其坡印亭矢量与光束传播轴形成特定角度 α , 这一特性使其在基于旋转多普勒效应 (Rotational Doppler Effect, RDE) 的系统中展现出独特的应用价值^[2]。RDE 与线性多普勒效应 (Linear Doppler Effect, LDE) 具有相同的物理原理^[3], 但其创新之处在于能够探测垂直于光束轴的速度分量^[4-6], 为速度矢量的测量提供了新的维度。2013 年, Lavery 等首次系统性地展示了利用叠加 OV 检测旋转物体速度的技术, 标志着 RDE 技术在实验层面的突破^[7]。此后, 从微观分子到宏观物体的旋转速度检测研究取得了显著进展, 为不同尺度运动参数的精确测量提供了新的技术手段^[8-12]。

本文应用与 OAM 相关的旋转多普勒效应, 实现对旋转物体速度和频率的精确测量。通过将实验数据与理论谱线进行对比, 确保了实验结果与理论模型的一致性。为了将实验结果应用于实际, 必须考虑到大气湍流会对 OAM 光束在自由空间传播时的幅度和相位产生影响^[13-14]。针对这个问题, 推导出接收光子与发射光子 OAM 量子数差异的概率分布模型, 以量化大气湍流对 OAM 光束传播的

影响。本文通过构建一个包含随机相位片的光路模型, 以模拟大气湍流对 OAM 光束的影响。实验测得的数据证实了理论推导出的计算公式的有效性, 为 OAM 光束在实际大气条件下的 RDE 技术应用提供了坚实的理论基础和实验支持。

1 理论模型

1.1 旋转多普勒效应

1842 年, 奥地利物理学家克里斯蒂安·多普勒提出, 物体的辐射波长会因波源和观察者的相对运动而变化, 即多普勒效应。当物体在某种介质中以恒定速度 v 沿某个方向移动时, 光线在传播过程中会有路径差, 因此观察者在物体表面接收到的光束的频移为频率差, 也称为多普勒频移, 可表示为

$$\Delta f = \cos\varphi \cdot \frac{f_0 v}{c} \quad (1)$$

式中, f_0 是光的原始频率, c 是光速, v 是光源和物体之间的相对速度, φ 是坡印亭矢量 (也是光传播方向) 和速度矢量之间的角度。

当 $\varphi = 90^\circ$, $\cos\varphi = 0$ 时, 线性多普勒频移为 0, 因此 LDE 不能测量横向速度。而 OAM 光束具有螺旋波阵面, 光传播方向和坡印亭矢量不共线, 它们之间的夹角为 α , 与拓扑荷数 l 成正比, 关系式为 $\alpha = l\lambda/2\pi r$, 式中 λ 是波长, r 是光束轴的半径。坡印亭矢量的方向和局部散射体的线速度如图 1 所示。假设考虑到局部散射体的线速度 v 与坡印亭矢量之间的角度为 φ 。此时, $\varphi + \alpha = 90^\circ$, 因此 $\cos\varphi = \cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha) \approx \alpha = l\lambda/2\pi r$, 其中 α

较小。因此,结合公式(1),有

$$\Delta f = \cos\varphi \cdot \frac{f_0 v}{c} = \frac{l\lambda}{2\pi r} \cdot \frac{f_0 v}{c} = \frac{lv}{2\pi r} = \frac{l\Omega}{2\pi} \quad (2)$$

式中, Ω 是旋转物体的角速度。

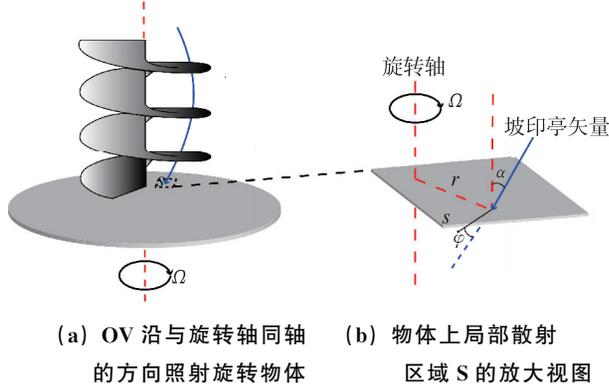


图1 正入射情况下的旋转多普勒效应

Fig.1 Rotational Doppler effect under positive incidence

这是检测物体旋转速度的基本原理。对于光束内的每个位置,包括与旋转中心重合的相位奇点,将经历相同的调制频率。如果使用拓扑荷数为 $\pm l$ 的叠加涡旋光束作为探测光,上下偏移的散射光分量的混合将产生拍频多普勒信号,调制频率表示为

$$f_{\text{mod}} = 2\Delta f = \frac{l\Omega}{\pi} \quad (3)$$

1.2 大气中的OAM光束

图2为自由空间中利用OAM光束进行量子通信的示意图,如果OAM状态受到大气湍流的干扰,通信系统的完整性可能会受到严重损害。例如,如果发射了一个含有 $m\hbar$ 单位OAM的光子,其中, \hbar 为约化普朗克常数,但由于大气湍流,测量到接收的光子携带 $n\hbar$ 的OAM,由于 $m \neq n$,则通信信道的质量将下降^[15]。

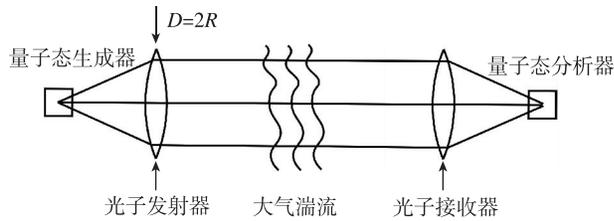


图2 自由空间量子通信示意图

Fig.2 Schematic diagram of free-space quantum communication

本文将研究大气湍流强度对携带OAM光束的

影响,计算接收光子携带的OAM与发射光子携带的OAM不同的概率,计算结果将为自由空间量子通信系统的完整性提供定量预测,为基于旋转多普勒效应的OAM光束在实际大气环境中的应用提供理论指导。相关计算以拉盖尔-高斯(Laguerre-Gaussian, LG)模式考虑OAM状态^[16-17]。假设光子发射器的发射场强可以表示为

$$A(r) = A_0 W(r/R) e^{im\theta} \quad (4)$$

式中: A_0 为(空间均匀)场振幅; $W(x)$ 为孔径函数,定义为对于 $|x| < 1$, $W(x) = 1$,否则为0; r 和 θ 为径向坐标和方位角坐标, m 为OAM量子数; R 表示发射光束的孔径半径。可以进一步假设光子接收器孔径处的场强表示为

$$V(r) = A_0 W(r/R) e^{im\theta} e^{i\phi(r)} \quad (5)$$

式中, $\phi(r)$ 表示接收光子处由于湍流引起的波前畸变。可以在方位角傅里叶级数中将 $e^{i\phi(r)}$ 展开为

$$e^{i\phi(r,\theta)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_l(r) e^{il\theta} \quad (6)$$

式中, $g_l(r)$ 为膨胀系数,计算公式为

$$g_l(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\phi(r,\theta)} e^{-il\theta} d\theta \quad (7)$$

同样,可以将接收场 $V(r)$ 在一个方位的傅里叶级数展开为: $V(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n(r) e^{in\theta}$,其中每个傅里叶分量 $V_n(r)$ 可以表示为

$$V_n(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(r, \theta) e^{-in\theta} d\theta \quad (8)$$

将式(5)和式(6)代入式(8),可得

$$V_n(r) = \frac{A_0}{2\pi} W(r/R) \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_l(r) \int_0^{2\pi} e^{-i(n-l-m)\theta} d\theta \quad (9)$$

如果 $n-l-m=0$,式(9)中的积分等于 2π ,否则积分为0。利用这个结果,可以直接进行求和,得到

$$V_n(r) = A_0 W(r/R) g_{\Delta}(r) \quad (10)$$

式中,下标 Δ 定义为 $\Delta = n - m$ 。

该结果说明了与大气湍流相关的方位角傅里叶分量 $g_{\Delta}(r)$ 与接收光子的角动量状态耦合的方式。例如,它表明方位角 $e^{i\phi(r)}$ 的傅里叶谱的空间直流分量($\Delta = 0$)与保持在初始OAM状态的辐射量有关。在许多实际情况下,主要关注的是接收光子中的每个OAM状态中包含的功率。可以计算出接收光子的总功率为

$$P = \frac{1}{2} \epsilon_0 c \int W(r/R) V^*(r) V(r) dr$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 c |A_0|^2 \pi R^2 \quad (11)$$

在得到这个公式最终形式的过程中, 利用了方程式 (5) 中的场。这个功率被分配到该场的各个 (正交的) OAM 模式中, 计算公式如下

$$P = \sum_{\Delta=-\infty}^{\infty} P_{\Delta} \quad (12)$$

式中, $P_{\Delta} = 2\pi |A_0|^2 \int_0^R r g_{\Delta}^*(r) g_{\Delta}(r) dr$ 。

考虑到每个 OAM 模式中包含的功率分数为:

$s_{\Delta} = \frac{P_{\Delta}}{P}$, 再结合式 (11) 和式 (12) 可得

$$s_{\Delta} = \frac{2}{R^2} \int_0^R r g_{\Delta}^*(r) g_{\Delta}(r) dr \quad (13)$$

对于大气湍流的任意统计实例来说, s_{Δ} 给出了接收光子的 OAM 量子数 n 与发射光子的 OAM 量子数 m 相差 $\Delta = n - m$ 的概率。式 (13) 给出的结果适用于所有大气湍流的情况, 通常更关注这个量的总体平均值, 它可以由相同形式的方程给出: 将 s_{Δ} 替换为 $\langle s_{\Delta} \rangle$, 将 $g_{\Delta}^*(r) g_{\Delta}(r)$ 替换为 $\langle g_{\Delta}^*(r) g_{\Delta}(r) \rangle$, 其中, 尖括号 $\langle \rangle$ 表示湍流统计的总体平均值。然后, 用公式 (7) 来表示公式 (13) 中与大气湍流相关的随机相位, 可得

$$\langle s_{\Delta} \rangle = K \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} r \langle e^{-i[\phi(r, \theta_1) - \phi(r, \theta_2)]} \rangle e^{i\Delta(\theta_1 - \theta_2)} d\theta_2 d\theta_1 dr \quad (14)$$

式中, $K = 1/(2\pi^2 R^2)$ 。

由于大气湍流引入的像差是正态随机变量, 因此在式 (14) 中集合的平均值可以表示为

$$\langle e^{-i[\phi(r, \theta_1) - \phi(r, \theta_2)]} \rangle = e^{-1/2 \langle [\phi(r, \theta_1) - \phi(r, \theta_2)]^2 \rangle} \quad (15)$$

式中, $\langle [\phi(r, \theta_1) - \phi(r, \theta_2)]^2 \rangle$ 称为相位结构函数, 根据 Kolmogorov 湍流理论可将其表示为

$$\langle [\phi(r_1) - \phi(r_2)]^2 \rangle = 6.88 \left| \frac{r_1 - r_2}{r_0} \right|^{5/3} \quad (16)$$

式中: r_1 和 r_2 是空间中两个点的坐标, 用于计算两点之间的相位差; r_0 是弗里德相干直径, 定义为在特定波长下, 由大气引起的均方根波前像差等于 1 rad 的圆形区域的直径, 用于衡量大气折射率的随机不均匀性对光波传播的影响。

将式 (15) 和式 (16) 代入到式 (14) 中, 得到的积分会显著简化, 积分结果变为

$$\langle s_{\Delta} \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{-3.44(D/r_0)^{5/3} (\rho \sin \theta / 2)^{5/3}} (\cos \Delta \theta) \rho d\theta d\rho \quad (17)$$

式中: $\rho = r/R$; $\Delta \theta$ 表示与 OAM 量子数变化相关

的角度差。

式 (17) 的积分可以在极小或极大接收孔径的极限情况下进行解析计算。对于一个极小的接收孔径 ($D/r_0 \rightarrow 0$), 将式 (17) 的指数展开为 D/r_0 的幂级数, 只保留前两项, 可以发现

$$\langle s_{\Delta} \rangle = \begin{cases} 1 - 1.01 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}, & \Delta = 0 \\ 0.142 \frac{\Gamma\left(\Delta - \frac{5}{6}\right)}{\Gamma\left(\Delta + \frac{11}{6}\right)} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}, & \text{其他} \end{cases} \quad (18)$$

式中, Γ 是伽马函数。

式 (18) 展示了随着湍流强度的增加, 在传输的 OAM 模式中, 能量是如何损失的, 并且被其他模式所获得。式 (17) 的积分也可以在孔径极大 ($D/r_0 \gg 1$) 的情况下求得解析值为

$$\langle s_{\Delta} \rangle = \frac{12\Gamma(3/5)}{5\pi(3.44)^{3/5}} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{-1} = 0.542 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{-1} \quad (19)$$

这个结果表明, 在强湍流的影响下, 所有 OAM 状态都被等概率地占据。换言之, 原本具有特定 OAM 模式的光束会被湍流打散, 各个 OAM 模式的能量分布趋于均匀, 导致原始传输信号的信息内容无法被有效保留或恢复。

2 实验装置

本实验采用拓扑荷数为 $\pm 2, \pm 4, \pm 6$ 的叠加光学涡旋作为探测光束, 验证 RDE 的实验装置如图 3 (a) 所示。

激光器产生的 1 550 nm 光束首先通过四分之一波片 (QWP1)、半波片 (HWP1) 和分束器 (PBS1) 进行偏振和强度调整, 然后通过半波片 (HWP2)、偏振分束器 (PBS2)、反射镜 (M2、M3、M4) 以及螺旋相位板 (Vortex Phase Plate, VPP) 构成的 Sagnac 环干涉仪, 实现光的相位调制和干涉检测。当经过调制后的顺时针光束 (虚线) 和逆时针光束 (实线) 在 Sagnac 环中相遇时, 由于它们经历的光程不同, 会产生相位差, 从而形成干涉图样, 产生实验所需的叠加涡旋光束。OV 通过半波片 (HWP3) 和偏振分束器 (PBS3) 调谐后照射至漫反射旋转器, 随后通过 4-f 系统, 即由透镜 L1 (焦距 $f = 100$ mm)、L2 (焦距 $f = 50$ mm) 和直径 0.5 mm 的孔径光阑构成的系统, 筛选出光束的第一衍射阶并准直光束, 从而获得

高模态纯度的叠加 OV。不断调整旋转器的转速 Ω 和拓扑荷数 l ，由光电探测器 (Avalanche Photo-Diode, APD) 收集叠加后的拍频信号，最后连接到示波器，进行实时傅里叶变换，提取频移的拍频信号分析旋转速度。

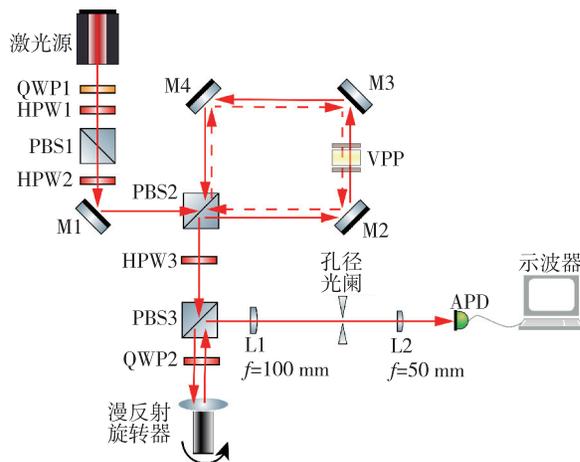
在验证了基于 OAM 光束的旋转多普勒效应后，若测量系统的有效性和准确性得到确认，将进一步探究大气湍流对 OAM 的影响。实验的光路基于前面验证旋转多普勒效应的光路进行了修改，如图 3 (b) 所示，PBS3 之前的光路类似于图 3 (a)，目的是产生实验所需的叠加涡旋光束，随后通过透镜 L1 和 L2 对光束进行准直和扩束，减小远距离传

播的光斑扩散。考虑到大气湍流主要通过相位畸变影响图像质量，使用随机相位板 (Random Phase Plate) 模拟这种相位变化^[18]。经空间光调制器 (Spatial Light Modulator, SLM) 调制的光束会进入接收孔径光阑，该光阑用于阻挡不需要的衍射级次，筛选出第一衍射阶光束。电荷耦合器件 (Charge-Coupled Device, CCD) 用于观测远场光子强度分布。

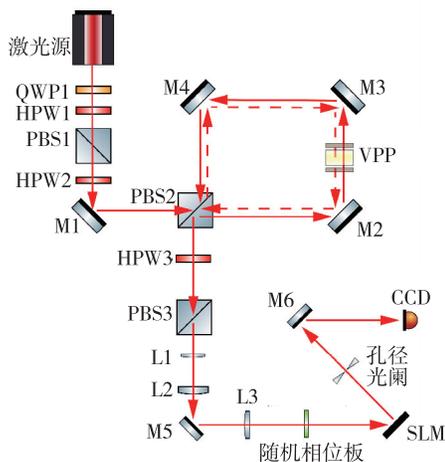
3 实验结果分析

首先在理想实验条件下，即用 OAM 涡旋光束垂直照射至漫反射旋转器的旋转中心，对 RDE 进行验证，并应用于测量旋转物体的转速。旋转器的转速范围是 $2.03 \sim 112.61$ rad/s，其受限于实验电机的可调转速范围，而非测量系统的最大量程。所使用涡旋光的拓扑荷数分别为 ± 2 ， ± 4 和 ± 6 。示波器在 0.1 s 的周期内对时变信号进行测量，并执行快速傅里叶变换以提取调制频率，实验数据保留五位有效数字，不同拓扑荷数的转速测量结果详见表 1。根据表 1 可知，带有 OAM 光束的转速测量值与理论计算值之间的最大误差为 1.23% ，这一轻微差异部分可能源于入射光轴与旋转轴之间存在的角度偏差以及大气环境中的湍流干扰。将测量得到的全部数据绘制在坐标图上，如图 4 所示，该图清晰地展示了旋转多普勒频移与旋转器转速之间的关系，其中直线代表理论模拟，实心点代表实验数据。根据图 4 可知，实测结果与理论分析吻合良好，表明了测量系统的有效性和准确性。

在验证了旋转多普勒效应后，设计实验来探究大气湍流对 OAM 涡旋光束的影响。由于大气湍流主要通过相位畸变影响图像质量，因此考虑用随机相位片来模拟大气湍流相关的相位变化。设置了两组实验，将能见度 v_{is} 分别设置为 10 m 和 29 m，通过改变随机相位片的透过率 T ，即可改变系统的等效信道长度 d ，进而改变涡旋光束的相位，以此模拟大气湍流引起的相位畸变^[19]。为了排除偶然因素，在不同拓扑荷数下进行了多组实验，实验所得的数据经过处理后生成了如图 5 所示的概率分布图。其中，图 5 (a) ~ (c) 是在 $v_{is} = 10$ m， $T = 0.39$ ， $d = 2.7$ m 的条件下测得的，



(a) 验证 RDE 的实验光路



(b) 探究大气湍流对 OAM 影响的实验光路

图 3 实验装置

Fig. 3 Experimental setup

表 1 不同拓扑荷数的转速测量结果

Tab. 1 Rotational speed measurements for different topological charges

拓扑荷数	转速/ (r/min)	转速/ (rad/s)	拍频/Hz	换算转速/ (rad/s)	误差/ (rad/s)	相对误差
$l = \pm 2$	19.431	2.034 8	1.311 3	2.059 8	0.024 991	1.23%
	198.57	20.794	13.355	20.978	0.184 45	0.89%
	410.86	43.025	27.440	43.103	0.078 618	0.18%
	604.19	63.270	40.268	63.252	-0.017 802	-0.03%
	796.47	83.417	53.150	83.488	0.071 673	0.09%
	1 075.4	112.61	71.797	112.77	0.159 76	0.14%
$l = \pm 4$	65.452	6.854 1	8.615 3	6.766 5	-0.087 646	-1.28%
	210.62	22.056	28.210	22.156	0.099 468	0.45%
	408.43	42.770	54.538	42.834	0.063 575	0.15%
	609.23	63.798	81.346	63.889	0.090 854	0.14%
	808.00	84.613	107.57	84.491	-0.121 68	-0.14%
	1 011.2	105.89	134.78	105.85	-0.035 604	-0.03%
$l = \pm 6$	55.342	5.795 4	11.145	5.836 59	0.040 543	0.70%
	217.11	22.735	43.354	22.700	-0.035 290	-0.16%
	408.14	42.741	81.605	42.728	0.016 126	-0.03%
	603.97	63.247	120.82	63.263	-0.040 709	0.03%
	823.44	86.230	164.61	86.189	0.055 850	-0.05%
	1 015.7	106.36	203.25	106.42	0.040 543	0.05%

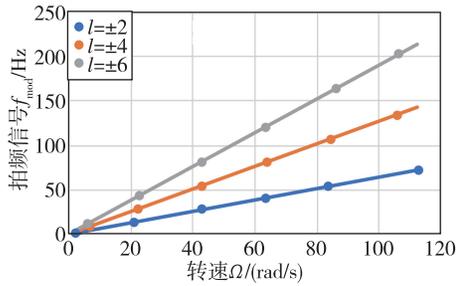
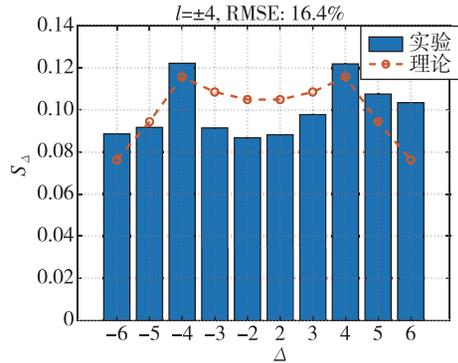
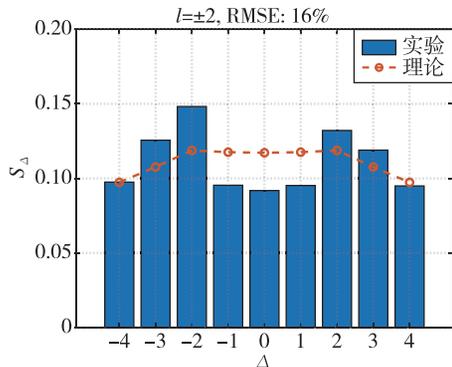


图 4 调制频率与角速度的关系

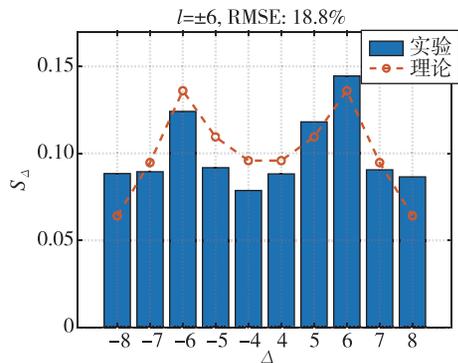
Fig. 4 Relationship between modulation frequency and angular velocity



(b) $l = \pm 4, v_{is} = 10 \text{ m}, T = 0.39, d = 2.7 \text{ m}$



(a) $l = \pm 2, v_{is} = 10 \text{ m}, T = 0.39, d = 2.7 \text{ m}$



(c) $l = \pm 6, v_{is} = 10 \text{ m}, T = 0.39, d = 2.7 \text{ m}$

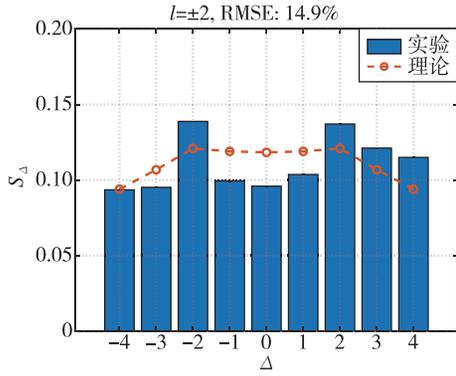
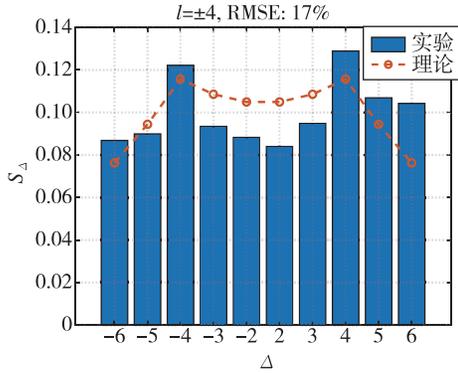
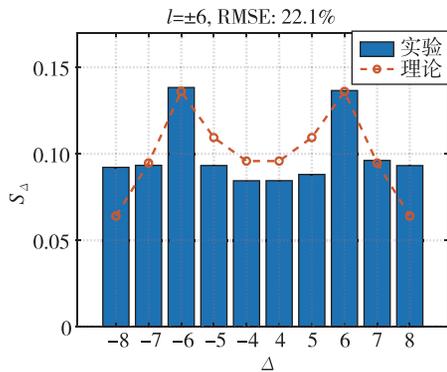
(d) $l = \pm 2$, $v_{is} = 29$ m, $T = 0.44$, $d = 7.6$ m(e) $l = \pm 4$, $v_{is} = 29$ m, $T = 0.44$, $d = 7.6$ m(f) $l = \pm 6$, $v_{is} = 29$ m, $T = 0.44$, $d = 7.6$ m

图5 接收光子与发射光子的 OAM 量子数差异的概率分布图

Fig. 5 The probability distribution diagram of the difference in the orbital angular momentum quantum numbers between received and emitted photons

图5 (d) ~ (f) 是在 $v_{is} = 29$ m, $T = 0.44$, $d = 7.6$ m 的条件下测得的。图中, 均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 是一种衡量预测值

与实际值之间差异的常用指标, 能够有效反映模型预测的准确性和精度, 其计算公式为 $E_{RMSE} =$

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

式中, y_i 是实际值, \hat{y}_i 是预测值。由图5可知, 接收光子的 OAM 量子数 n 与发射光子的 OAM 量子数 m 相差 $\Delta = n - m$ 的概率为 S_{Δ} , 理论计算的数据与实验的数据之间的均方根误差范围为 14.9% ~ 22.1%。通过对实验数据波动性的分析, 可以发现在 30% 的均方根误差上限内, 理论数据与实验数据表现出良好的一致性。因此, 在该误差阈值范围内, 可以认为推导出来的式 (18) 是成立的, 可以为基于 RDE 的 OAM 光束在实际大气环境中的应用提供理论支撑。

4 结 论

本研究首先从理论和实验两方面深入探讨了基于 OAM 光束的 RDE。实验结果表明, 拍频信号的频率偏移与拓扑荷数 l , 以及漫反射旋转体的转速成正比, 它们之间的关系为 $\Delta f = \frac{l\Omega}{2\pi}$ 。为了将理论运用到实际的测量环境中, 进一步考虑了大气湍流对于 OAM 的影响, 计算了接收光子的 OAM 量子数 n 与发射光子的 OAM 量子数 m 相差 $\Delta = n - m$ 的概率, 并在实验光路中加入了随机相位片来模拟大气湍流, 以验证理论计算结果。实验结果表明, 在误差允许范围内, 理论推导出的计算公式是成立的, 这可以为基于旋转多普勒效应的 OAM 光束在实际大气环境中的应用提供理论指导。

尽管旋转多普勒效应和 OAM 的理论研究及应用探索已取得显著进展, 但将实验室成果向实际应用领域转化仍面临若干挑战。首先, OV 与旋转物体间的相对位置和姿态对检测信号有显著影响, 需要深入研究在不同运动和位置条件下 RDE 信号的特性^[20-21]。其次, 信号的接收与处理是检测系统的核心环节, 特别是在处理光子计数级别的微弱信号时, 这一点显得尤为关键^[22]。

综上所述, 本文研究成果对于实际大气环境中的旋转多普勒效应运动参数测量有巨大的应用潜力。尽管当前面临技术挑战, 但相信随着技术的持续进步, 这些研究成果的应用范围将不断拓宽, 这不仅能为工业和科研领域带来更多可能性, 也将为解决复杂的科学问题提供新的视角和方法。

参考文献 (References)

- [1] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Physical Review A*, 1992, 45 (11): 8185-8189.
- [2] MOLINA-TERRIZA G, TORRES J P, TORNER L. Management of the angular momentum of light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum [J]. *Physical Review Letters*, 2001, 88 (1): 013601.
- [3] ASAKURA T, TAKAI N. Dynamic laser speckles and their application to velocity measurements of the diffuse object [J]. *Applied Physics*, 1981, 25 (3): 179-194.
- [4] GARETZ B A. Angular Doppler effect [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1981, 71 (5): 609-611.
- [5] BIALYNICKI-BIRULA I, BIALYNICKA-BIRULA Z. Rotational frequency shift [J]. *Physical Review Letters*, 1997, 78 (13): 2539-2542.
- [6] PHILLIPS D B, LEE M P, SPEIRITS F C, et al. Rotational Doppler velocimetry to probe the angular velocity of spinning microparticles [J]. *Physical Review A*, 2014, 90 (1): 011801.
- [7] LAVERY M P J, SPEIRITS F C, BARNETT S M, et al. Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum [J]. *Science*, 2013, 341 (6145): 537-540.
- [8] ROSALES-GUZMÁN C, HERMOSA N, BELMONTE A, et al. Measuring the translational and rotational velocities of particles in helical motion using structured light [J]. *Optics Express*, 2014, 22 (13): 16504-16509.
- [9] LAVERY M P J, BARNETT S M, SPEIRITS F C, et al. Observation of the rotational Doppler shift of a white-light, orbital-angular-momentum-carrying beam backscattered from a rotating body [J]. *Optica*, 2014, 1 (1): 1-4.
- [10] CVIJETIC N, MILIONE G, IP E, et al. Detecting lateral motion using light's orbital angular momentum [J]. *Scientific Reports*, 2015, 5 (1): 15422.
- [11] NEO R, LEON-SAVAL S, BLAND-HAWTHORN J, et al. OAM interferometry: the detection of the rotational Doppler shift [J]. *Optics Express*, 2017, 25 (18): 21159-21170.
- [12] ZHOU H, FU D, DONG J, et al. Theoretical analysis and experimental verification on optical rotational Doppler effect [J]. *Optics Express*, 2016, 24 (9): 10050-10056.
- [13] LAVERY M P J, PEUNTINGER C, GÜNTNER K, et al. Free-space propagation of high-dimensional structured optical fields in an urban environment [J]. 2017, 3 (10): e1700552.
- [14] COX M A, MPHUTHI N, NAPE I, et al. Structured light in turbulence [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2021, 27 (2): 1-21.
- [15] TYLER G A, BOYD R W. Influence of atmospheric turbulence on the propagation of quantum states of light carrying orbital angular momentum [J]. *Optics Letters*, 2009, 34 (2): 142-144.
- [16] PATERSON C. Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photons for optical communication [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94 (15): 153901.
- [17] GOPAUL C, ANDREWS R. The effect of atmospheric turbulence on entangled orbital angular momentum states [J]. *New Journal of Physics*, 2007, 9 (4): 94.
- [18] LANE R G, GLINDEMANN A, DAINTY J C. Simulation of a Kolmogorov phase screen [J]. *Waves in Random Media*, 1992, 2 (3): 209-224.
- [19] 王 緜, 刘文清, 陆亦怀, 等. 气溶胶前向散射大气能见度测量系统传递系数的标定及校准方法 [J]. *光学技术*, 2008, 34 (3): 334-337.
- WANG M, LIU W Q, LU Y H, et al. Calibration and correction methods for the transform coefficients of the atmospheric visibility system by aerosol forward-scattering theory [J]. *Optical Technique*, 2008, 34 (3): 334-337 (in Chinese).
- [20] ZHANG Z, CEN L, ZHANG J, et al. Rotation velocity detection with orbital angular momentum light spot completely deviated out of the rotation center [J]. *Optics Express*, 2020, 28 (5): 6859-6867.
- [21] DING Y, REN Y, LIU T, et al. Analysis of misaligned optical rotational Doppler effect by modal decomposition [J]. *Optics Express*, 2021, 29 (10): 15288-15299.
- [22] REN Y, QIU S, LIU T, et al. Non-contact ultralow rotational speed measurement of real objects based on rotational doppler velocimetry [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 1-8.