

引用格式：廖幻年，金一欢，彭继平，等. 基于描述函数法的滚动通道自持振荡研究 [J]. 飞控与探测, 2018, 1 (2): 028-033. Liao Huannian, Jin Yihuan, Peng Jiping, et al. Analysis of self-oscillation in roll channel using describing function method [J]. Flight Control & Detection, 2018, 1 (2): 028-033.

基于描述函数法的滚动通道自持振荡研究^{*}

廖幻年，金一欢，彭继平，刘露，田野

(上海航天控制技术研究所·上海·200233)

摘要：针对舵系统间隙非线性带来的自持振荡影响飞控系统控制品质的问题，从飞行控制系统层面出发，建立了基于描述函数法的滚动通道数学模型，分别从飞行控制系统的快速性、阻尼特性、飞行器固有阻尼3个方面进行了对比分析。结果表明，增大飞行器固有阻尼能够有效降低，甚至可以消除舵系统间隙非线性带来的自持振荡现象。

关键词：间隙非线性；自持振荡；描述函数法；飞行器固有阻尼

中图分类号：O231.2

文献标志码：A

文章编号：2096-5974(2018)02-0028-06

Analysis of Self-oscillation in Roll Channel Using Describing Function Method

LIAO Huannian, JIN Yihuan, PENG Jiping, LIU Lu, TIAN Ye

(Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 200233)

Abstract: The quality of flight control system was affected by the self-oscillation of the backlash nonlinearity of rudder system. The problem was analyzed from the aspect of flight control system. A mathematical model of rolling channel based on description function method was established, which was contrasted and analyzed from three aspects of rapidity, damping characteristic and inherent damping of the vehicle. The results showed that the increasing of inherent damping can effectively reduce or even eliminate the phenomenon of self-oscillation caused by the backlash nonlinearity of the rudder system.

Keywords: backlash nonlinearity; self-oscillation; description function method; inherent damping of vehicle

0 引言

舵机作为飞行控制系统的执行机构，其功能是根据控制系统给出的舵指令，控制舵机转动，产生相应的操纵力矩，从而控制导弹进行机动飞行。舵机的工作特性直接影响飞行控制品质。工程师根据飞行控制要求，给舵系统提出频率特性、最大舵偏角、最大舵偏角速度等性能指标。实际上，舵系统受设计、生产、加工等多个环节的影响，存在非线性环节，如死区、饱和、间隙等。这些非线性特性常导致飞控系统产生稳态误差和

极限环振荡，特别是当滚动通道舵效率过大导致控制精度较低时，非线性特性带来的极限环振荡较为明显，甚至影响飞控系统的稳定性^[1-7]。

针对舵系统非线性带来的极限环振荡，基本都是从舵系统本身层面展开分析，例如多名学者提出了将非线性补偿的概念应用于舵系统控制器设计，实现非线性补偿^[8-9]，然而非线性补偿的方法工程应用较为困难。本文从飞行控制系统的层面，针对舵系统非线性，应用描述函数法，对飞控系统滚动通道极限环振荡特性进行了研究，并给出了相关结论。

* 收稿日期：2018-08-04；修回日期：2018-09-04

作者简介：廖幻年（1989—），女，硕士研究生，工程师，主要从事导弹飞行控制系统研究。

E-mail: 862870811@qq.com

1 滚动通道数学模型

飞行器滚动通道小扰动线性方程为^[10]

$$J_x \frac{d\omega_x}{dt} = M_x^{\omega_x} \omega_x + M_x^{\delta_x} \delta_x \quad (1)$$

式中, J_x 为飞行器沿纵轴的转动惯量; δ_x 为副翼的偏转角。

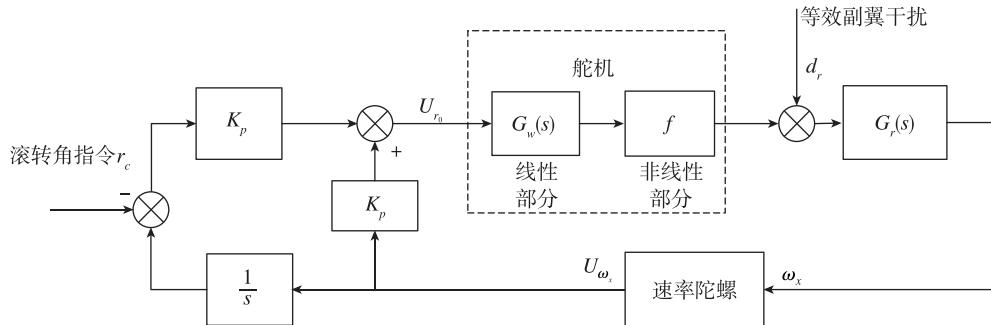


图 1 滚动通道控制系统结构图

Fig. 1 Structure diagram of the roll channel control system

2 舵机非线性的描述函数分析法

舵机模型由一个典型二阶线性系统和非线性系统组成, 假设舵机的线性部分等效二阶模型为

$$G_w(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2} \quad (3)$$

其中, $\omega_n = 80\text{rad/s}$, $\xi = 0.7$, 剪切频率为 13Hz。

舵机的非线性包括死区、饱和、间隙和摩擦等, 工程实践发现舵机的间隙是滚动通道发生极限环振荡的主要原因, 本文就间隙进行具体分析。

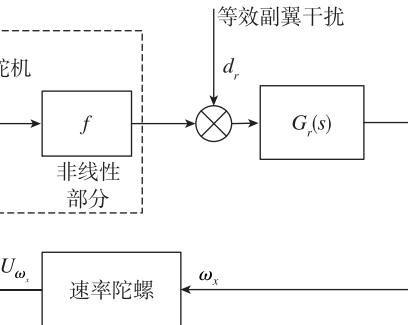
描述函数法是分析非线性系统的基本方法^[11], 其基本思想是: 当系统满足一定的假设条件时, 系统中非线性环节在正弦信号作用下的输出可用一次谐波分量来近似, 由此导出非线性环节的近似等效频率特性, 即描述函数。用描述函数法研究非线性系统时, 需要被研究系统满足以下假设条件: 1) 只有一个非线性环节; 2) 非线性环节时不变; 3) 非线性环节 N 对应于正弦输入, 只考虑输出的激波分量; 4) 非线性特性关于原点对称。分析可知舵系统的间隙环节满足以上 4 个假设。

以下利用描述函数法对间隙特性进行具体分析。间隙特性的数学描述如下所示:

令 $c_1 = -M_x^{\omega_x}/J_x$, $c_3 = -M_x^{\delta_x}/J_x$ 代入式 (1) 并推导出其传递函数为

$$G_r(s) = \frac{c_3}{s(s + c_1)} \quad (2)$$

滚动通道采用传统的 PD 线性控制方法, 得到滚动通道控制系统结构图如图 1 所示, 图中舵系统由线性部分 $G_w(s)$ 和非线性部分 f 组成。



$$y(t) = \begin{cases} k[x(t) - \varepsilon]; & \dot{x}(t) > 0 \\ k[x(t) + \varepsilon]; & \dot{x}(t) < 0 \\ b\text{sign}(t); & \dot{x}(t) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

间隙特性的描述函数为

$$N(A) = \frac{B_1}{A} + j \frac{A_1}{A} \quad (5)$$

其中, A 是描述函数的变量, 满足:

$$A \geq \varepsilon$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{k}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(1 - \frac{2\varepsilon}{A}\right) + \right. \\ &\quad \left. 2\left(1 - \frac{2\varepsilon}{A}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon}{A} \left(1 - \frac{\varepsilon}{A}\right)} \right] \end{aligned}$$

$$A_1 = \frac{4k\varepsilon}{\pi A} \left(\frac{\varepsilon}{A} - 1 \right)$$

将图 1 所示的滚动通道控制系统结构图改写成如图 2 所示的非线性控制系统方框图。

则图中的滚动通道开环传递函数为

$$G(s) = G_w(s)G_r(s)G_c(s) \quad (6)$$

$$\text{其中, } G_c(s) = \frac{K_p + K_d s}{s}.$$

则根据描述函数理论, 非线性系统产生极限环的振荡条件为

$$G(j\omega) = -\frac{1}{N(A)} \quad (7)$$

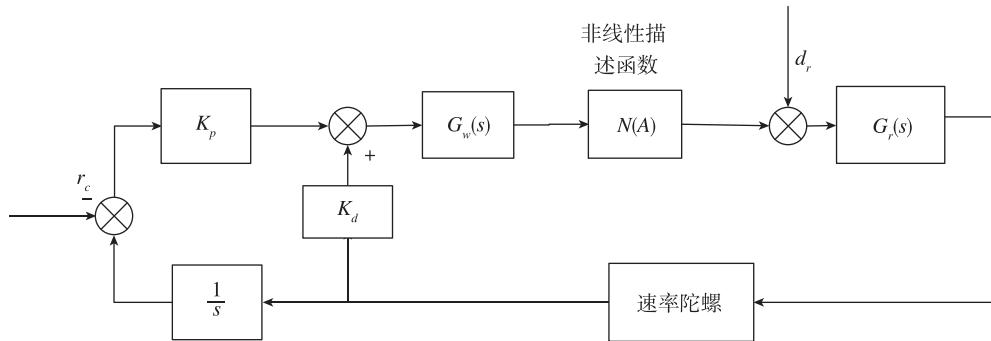


图 2 描述函数法中滚动通道控制系统结构图

Fig. 2 Structure diagram of the roll channel control system in description function method

选定某一组控制参数得到如图 3 所示的某型号舵机的间隙特性描述函数 $-1/N(A)$ (黑色圆点) 与滚动通道的开环 Nichols 图 (蓝色实线)。

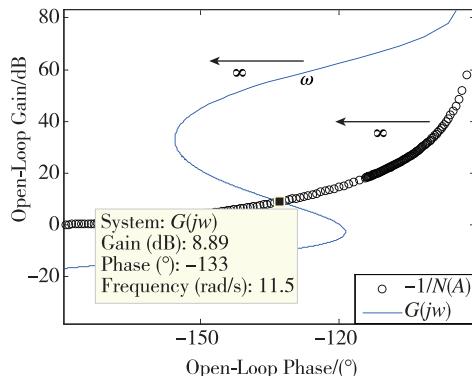
图 3 $G(j\omega)$ 和 $-1/N(A)$ 曲线的 Nichols 图Fig. 3 Nichols graph of $G(j\omega)$ and $-1/N(A)$

图 3 中, 2 个 ω 曲线在 11.5 rad/s 处有一个交点, 通过分析可知这是一个自持振荡点, 对应的 ϵ/A 约为 0.71, 即自持振荡频率为 11.5 rad/s , 幅值为 $\epsilon/0.71$, 文中间隙宽度取 0.3, 即 $\epsilon = 0.15$ 。

3 滚动通道极限环振荡研究

由第 2 节可以得到以下结论: 1) 自持振荡的存在与否取决于开环线性部分传递函数 $G(j\omega)$ 与非线性描述函数曲线 $-1/N(A)$ 是否有交点; 2) 假如有交点, 交点决定了自持振荡的幅值和频率, 由于间隙特性已经确定, 则交点的位置由线性部分 $G(j\omega)$ 决定。所以这一节将探讨 $G(j\omega)$ 中的各项变量对自持振荡的影响。考虑到交点一般在低频段, 舵系统线性部分 $G_w(j\omega)$ 的剪切频率较高, 对交点位置影响不大, 所以本文从弹体特性 $G_r(j\omega)$ 和控制参数 $G_c(j\omega)$ 去讨论。

由此得到开环传函线性部分为

$$G(s) = \frac{K_p + K_d s}{s} \frac{c_3}{s + c_1} = \frac{K_p c_3 (1 + s K_d / K_p)}{s (s + c_1)} \quad (8)$$

式中, 可知 $G(j\omega)$ 的频率特性由 c_1 、 $K_p c_3$ 和 K_d / K_p 3 部分决定。其中, c_1 是弹体的自然阻尼, $K_p c_3$ 决定控制系统的快速性, K_d / K_p 决定控制系统的阻尼特性。下面分别从 3 个方面进行研究分析。

3.1 控制系统快速性

针对相同的滚动通道动力系数, 根据快速性指标要求设计不同的控制参数如表 1 所示。

表 1 不同快速性下控制参数列表

Tab. 1 List of control parameters under different rapidity

	c_1	c_3	K_p	K_d	阻尼	快速性
特征点 1	2	10000	0.08	0.004	0.74	0.08
特征点 2	2	10000	0.0240	0.0021	0.74	0.17
特征点 3	2	10000	0.0048	0.00083	0.74	0.39

表 1 中, 3 个特征点的 Nichols 图如图 4 所示, 图 5 所示为不同特征点的 1° 等效副翼干扰舵系统响应曲线。

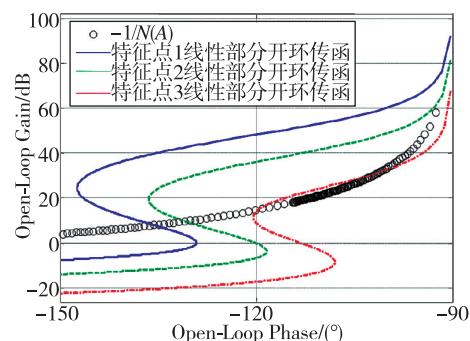


图 4 特征点 1~特征点 3 线性部分的 Nichols 图

Fig. 4 Nichols graph of the linear part of the control system at feature points 1~feature points 3

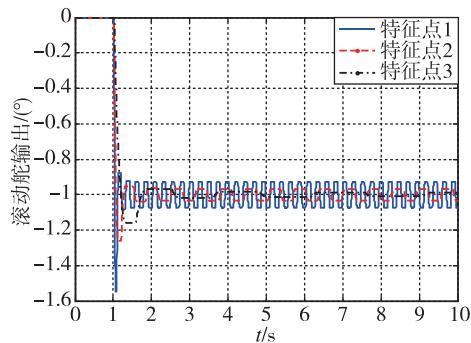


图 5 特征点 1~特征点 3 1°等效副翼干扰下的舵偏响应曲线
Fig. 5 Response of rudder under 1° equivalent rudder interference at feature points 1~feature points 3

根据图 4 与图 5, 对极限环振荡的性能进行总结得到表 2。

表 2 不同快速性特征点极限环振荡性能总结

Tab. 2 Summary of limit cycle oscillation performance of different rapidity characteristic points

	理论振荡幅值/ (°)	实际振荡幅值/ (°)	理论振荡频率/Hz	实际振荡频率/Hz
特征点 1	0.24	0.24	3.47	4.17
特征点 2	0.22	0.19	1.64	1.55
特征点 3	0.17	0.17	0.45	0.29

根据图 4~图 5、表 1~表 2 可知, 系统快速性设计得越慢, 间隙带来的极限环振荡频率越低。

3.2 控制系统阻尼

针对相同的动力系数设计不同的控制参数使之有不同的阻尼特性, 如表 3 所示。

表 3 不同快速性下控制参数列表

Tab. 3 List of control parameters under different rapidity

	c_1	c_3	K_p	K_d	阻尼	快速性
特征点 4	2	10000	0.0220	0.0017	0.6	0.18
特征点 5	2	10000	0.0240	0.0023	0.8	0.18
特征点 6	2	10000	0.0250	0.003	1.0	0.18

表 3 中, 3 个特征点的 Nichols 图如图 6 所示, 图 7 所示为不同特征点的 1°等效副翼干扰舵系统响应曲线。

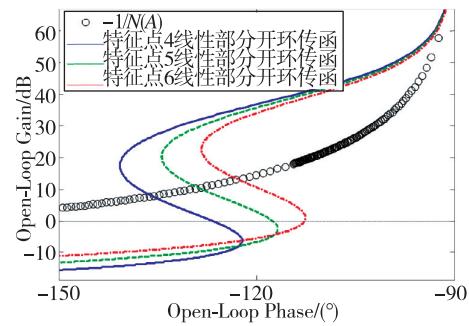


图 6 特征点 4~特征点 6 线性部分的 Nichols 图
Fig. 6 Nichols graphs of the linear part of the control system at feature points 4~feature points 6

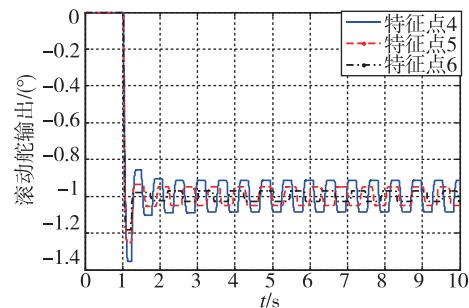


图 7 特征点 4~特征点 6 在 1°等效副翼干扰下的舵偏响应曲线

Fig. 7 Response of rudder under 1° equivalent rudder interference at feature points 4~feature points 6

根据图 6 与图 7 对极限环振荡的性能进行总结得到表 4。

表 4 不同快速性特征点极限环振荡性能总结

Tab. 4 Summary of limit cycle oscillation performance of different rapidity characteristic points

	理论振荡幅值/ (°)	实际振荡幅值/ (°)	理论振荡频率/Hz	实际振荡频率/Hz
特征点 1	0.22	0.22	1.73	1.74
特征点 2	0.20	0.20	1.58	1.47
特征点 3	0.18	0.19	1.35	1.23

根据图 6~图 7、表 3~表 4 可知, 控制系统阻尼设计的大小对间隙带来的极限环振荡特性影响不大。

3.3 飞行器固有阻尼

针对不同飞行器固有阻尼 c_1 的特征点, 设计相同的快速性和阻尼, 得到如表 5 所示的不同特征点的控制参数。

表 5 不同固有阻尼下控制参数列表

Tab. 5 List of control parameters under different inherent damping

	c_1	c_3	K_p	K_d	阻尼	快速性
特征点 7	0	10000	0.0240	0.0023	0.74	0.14
特征点 8	2	10000	0.0240	0.0021	0.74	0.14
特征点 9	6	10000	0.0240	0.0017	0.74	0.14

表 5 中, 3 个特征点的 Nichols 图如图 8 所示, 图 9 所示为不同特征点的 1° 等效副翼干扰舵系统响应曲线。

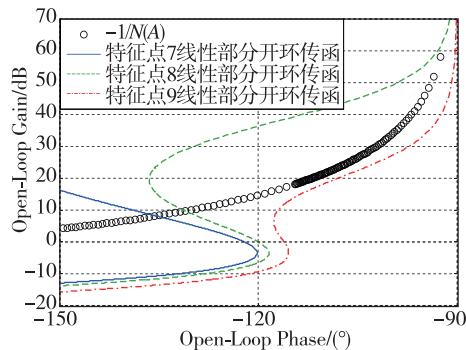
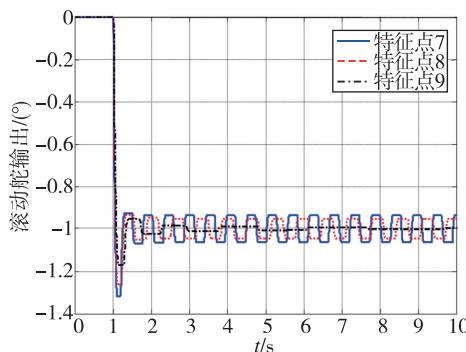


图 8 特征点 7~特征点 9 控制系统线性部分的 Nichols 图

Fig. 8 Nichols graph of the linear part of the control system at feature points 7~feature points 9

图 9 特征点 7~特征点 9 在 1° 等效副翼干扰下的舵偏响应曲线Fig. 9 Response of rudder under 1° equivalent rudder interference at feature points 7~feature points 9

根据图 8 与图 9 对极限环振荡的性能进行对比得到表 6。

根据图 8~图 9、表 5~表 6 可知, 弹体的固有阻尼 c_1 的大小对间隙带来的极限环振荡影响较大, 当 c_1 达到一定值时, 舵系统间隙非线性将不会产生极限环振荡现象。

表 6 不同固有阻尼的特征点极限环振荡性能对比

Tab. 6 Comparison of characteristic point limit cycle oscillation performance with different inherent damping

	理论振荡幅值/ (°)	实际振荡幅值/ (°)	理论振荡频率/Hz	实际振荡频率/Hz
特征点 7	0.22	0.20	1.91	1.86
特征点 8	0.21	0.20	1.59	1.56
特征点 9	无极限环振荡	无极限环振荡		

3.4 结果对比分析

3.1~3.3 节以滚动通道为分析对象, 通过对仿真结果可知, 从飞行控制系统方面来看, 控制系统的阻尼对极限环振荡的幅值和频率影响较小; 控制系统的快速性对极限环振荡的频率影响较大, 快速性越慢, 振荡频率越低; 滚动通道的自然阻尼 c_1 大小对极限环振荡的影响较大, c_1 越大, 振荡幅值和频率均越低, 当 c_1 大于某一值时, 极限环振荡消失。这说明当舵系统存在非线性特性影响控制系统性能、且快速性指标较为严苛时, 可通过在飞行器设计过程中增大滚动通道固有阻尼特性, 降低舵系统非线性特性对控制系统的影响。

4 结论

针对舵系统的非线性特性使得飞控系统产生稳态误差和极限环振荡等不良特性, 本文从飞行控制系统的层面出发, 以飞控系统滚动通道为研究对象, 应用描述函数法, 分别从控制系统快速性、阻尼、飞行器固有阻尼对极限环振荡特性的影响进行分析仿真对比。仿真结果表明, 增大滚动通道的固有阻尼能有效降低舵系统非线性对控制系统性能的影响, 甚至可以消除极限环振荡现象。此结论可有效指导飞行器外形设计, 特别是当飞行器舵效率过高、控制精度较低导致舵系统非线性带来的极限环振荡对稳定控制系统性能影响较大时, 具有较大的工程应用价值。

参考文献 (References)

- [1] 王括, 田胜利, 李清, 等. 基于无刷直流电机的伺服系统低速性能仿真研究 [J]. 导弹与航天运载技术, 2016 (5): 92-95.

WANG K, TIAN S L, LI Q, et al. Simulation research on

- low speed performance of servo system based on brushless DC motor [J]. Missiles and Space Vehicles, 2016 (5) 92-95 (in Chinese).
- [2] 余斌高, 李懿, 王芳, 等. 数控伺服系统间隙特性的仿真与分析 [J]. 西安工业大学学报, 2009, 29 (6): 528-533.
- YU B G, LI Y, WANG F, et al. Simulation and analysis of clearance characteristics of numerical control servo system [J]. Journal of Xi'an university of technology, 2009, 29 (6): 528-533 (in Chinese).
- [3] 杨君君, 向华安. 电动伺服机构中非线性因素的优化设计 [J]. 航空兵器, 2007 (2): 39-43.
- YANG J J, XIANG H A. Optimization design of nonlinear factors in electric servo mechanism [J]. Aviation weapon, 2007 (2): 39-43 (in Chinese).
- [4] 聂青, 姚重阳, 罗毅, 等. 基于AMESim的飞行器电液伺服机构非线性因素仿真分析 [J]. 机床与液压, 2015, 43 (7): 161-164.
- NIE Q, YAO C Y, LUO Y, et al. Simulation analysis of nonlinear factors of aircraft electro-hydraulic servo mechanism based on AMESim [J]. Machine tool and hydraulic pressure, 2015, 43 (7): 161-164 (in Chinese).
- [5] 万鸿俊, 魏天水, 刘莉. 直线电机伺服系统的设计与应用研究 [J]. 机械设计与制造, 2006 (12): 9-11.
- WAN H J, WEI T S, LIU L. Design and application of linear motor servo system [J]. Mechanical design and manufacturing, 2006 (12): 9-11 (in Chinese).
- [6] 范晋伟, 刘磊, 朱晓勇, 等. 伺服系统动态仿真及优化方法的研究 [J]. 机械设计与制造, 2009 (1): 193-195.
- FAN J W, LIU L, ZHU X Y, et al. Research on dynamic simulation and optimization method of servo system [J]. Mechanical design and manufacturing, 2009 (1): 193-195 (in Chinese).
- [7] 赵建周, 何超, 张宇河. 伺服系统间隙非线性补偿算法的研究 [J]. 北京理工大学学报, 2000, 20 (3): 317-320.
- ZHAO J Z, HE C, ZHANG Y H. Research on nonlinear compensation algorithm for servo system gap [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2000, 20 (3): 317-320 (in Chinese).
- [8] 黄立梅, 吴成富, 马松辉. 抑制飞控系统舵机间隙影响的非线性补偿器设计 [J]. 飞行力学, 2012, 30 (2): 132-134.
- HUANG L M, WU C F, MA S H. Design of nonlinear compensator to suppress the influence of actuator clearance in flight control system [J]. Flight mechanics, 2012, 30 (2): 132-134 (in Chinese).
- [9] 张西涛, 江飞鸿, 赵海. 飞控系统极限环抑制对舵机性能的需求计算 [J]. 飞行力学, 2009, 27 (4): 39-42.
- ZHANG X T, JIANG F H, ZHAO H. Calculation of actuator performance requirements for limit cycle suppression of flight control system [J]. Flight mechanics, 2009, 27 (4): 39-42 (in Chinese).
- [10] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2008: 243-244.
- QIAN X F, LIN R X, ZHAO Y N. Missile flight mechanics [M]. Beijing Institute of Technology Press, 2008: 243-244 (in Chinese).
- [11] 裴润, 宋申民. 自动控制原理 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006: 394-396.
- PEI R, SONG S M. Automatic control principle [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006: 394-396 (in Chinese).